

Nome e Cognome: .....

---

Nome e Cognome: .....

1. Risolvi:

a)  $x^3 - x + 3x^2 - 3 \leq 0$

b)  $\frac{2x}{x+2} \geq 2 - \frac{9x-2}{2x(x+2)}$

c)  $\sqrt{7-x} - x + 5 = 0$

---

2. a) L'energia  $E$  (in Joule) liberata durante un terremoto di magnitudo  $R$  può essere determinata in buona approssimazione tramite la formula

$$\log E = \lambda + \frac{3}{2} R ,$$

dove  $\lambda$  è una costante da determinare.

- i) Trova la variazione di magnitudo fra un terremoto che libera un'energia  $E_0$  e un terremoto che libera un'energia doppia (pari quindi a  $2E_0$ ).
- ii) Il terremoto sottomarino di Sumatra dello scorso 26 dicembre ha raggiunto una magnitudo  $R = 8,9$  e l'energia liberata è stata pari a  $5.62 \times 10^{17}$  Joule. Calcolare la costante  $\lambda$ .

b) Risolvere le seguenti equazioni:

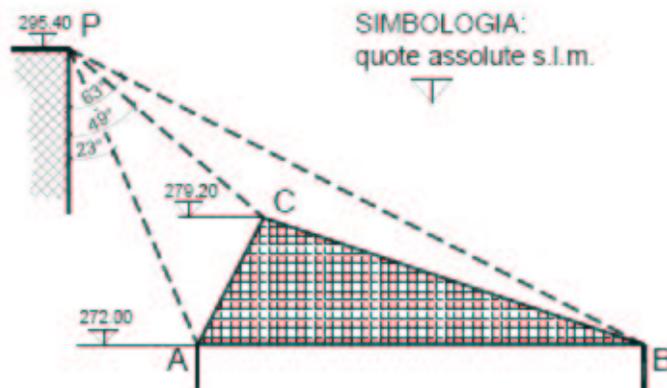
i)  $9^x - 3^{x+1} + 2 = 0$

ii)  $\log_2 x + \log_2(x+4) + 1 = 0$

Nome e Cognome: .....

3. a) Da un terrazzo di un balcone sono misurati gli angoli, relativi ad un tetto a due falde, indicati in figura. Si conoscono le quote assolute sul livello del mare indicate nella figura. Dopo aver riprodotto uno schizzo della figura, ricavare:

- Larghezza  $AB$  dello stabile.
- Gli angoli  $\widehat{BAC}$  e  $\widehat{ABC}$ , rappresentanti rispettivamente le pendenze delle falde  $AC$  e  $BC$ .



- b) Risolvi la seguente equazione trigonometrica in  $\mathbb{R}$ , esprimendo le soluzioni in radianti:

$$2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 2 \sin^2 x$$

Nome e Cognome: .....

4. Un venditore di cioccolatini vende:

- delle truffes al prezzo di 70 CHF/kg
- degli ovetti al prezzo di 55 CHF/kg
- dei pralinés con il prezzo al chilo variabile secondo la quantità acquistata  $x$  (in kg), dove il prezzo al chilo  $p_{kg}$  è esprimibile con

$$p_{kg}(x) = (112 - x) \text{ CHF/kg}$$

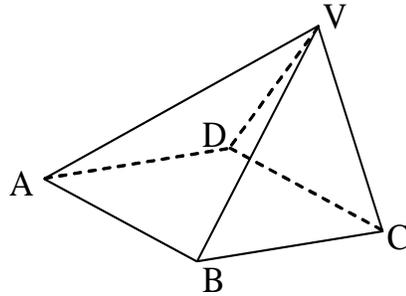
Si possono comporre anche confezioni miste. Una ditta commissiona 200 confezioni di mezzo chilo tutte uguali fra loro, facendo le due seguenti richieste:

- le confezioni devono essere assortite con i tre prodotti.
  - la quantità di truffes deve essere equivalente a quella dei pralinés e il restante è in ovetti.
- a) Se per produrre le 200 confezioni si utilizzano 20 kg di truffes quanto sarà il prezzo globale?
- b) Se il committente ricevesse una fattura di 6696 CHF com'erano composte le 200 confezioni?
- c) Determinare che tipo di assortimento si ha nel caso della confezione più cara possibile. Quanto vale il prezzo delle 200 confezioni in questo caso?

Nome e Cognome: .....

5. Di una piramide a base rettangolare nello spazio si conoscono

- i punti  $A(5; -3; 9)$ ,  $B(-3; 3; 4)$  e  $C(0; 7; z)$  della base
- il vertice  $V(6; 10; 12)$



Determinare:

- a) L'ampiezza dell'angolo  $\widehat{AVB}$ .
- b) L'area del triangolo  $AVB$ .
- c) La coordinata mancante di  $C$  e le coordinate del punto  $D$ .
- d) L'altezza della piramide.

Nome e Cognome: .....

6. E' data la funzione

$$y(x) = \frac{4x^2 - 4x - 8}{x^2 - 2x - 8} .$$

- a) Determina il dominio.
- b) Determina gli asintoti.
- c) Determina le coordinate dei punti di intersezione con gli assi  $x$  e  $y$ .
- d) Studia il segno della funzione fornendo una tabella dei segni.
- e) Rappresenta graficamente in modo indicativo la funzione con gli asintoti trovati nell'intervallo  $[-6, 6]$ .

Nome e Cognome: .....



7. Su alcuni libri di geografia, per evidenziare la lunghezza del lago Bodanico, si afferma che da Bregenz si riesce a scorgere solo il campanile della cattedrale di Costanza, data la curvatura terrestre. Si analizzi il problema considerando i seguenti dati:

- distanza Bregenz - Costanza:  $d = 45,3$  km (intesa come lunghezza dell'arco di circonferenza che collega le due città)
- altezza del campanile di Costanza (rispetto alla superficie del lago):  $h = 16$  m
- raggio terrestre al livello del lago Bodanico:  $R = 6367,5$  km

- a) Completa lo schizzo nella pagina seguente che rappresenta schematicamente il problema.
- b) A quale altezza  $x$  dal livello del lago deve trovarsi un osservatore a Bregenz per scorgere la punta del campanile della cattedrale di Costanza?
- c) Se due mongolfiere si alzano simultaneamente da Bregenz e Costanza con la stessa velocità. A quale altezza sopra il livello del lago cominceranno a vedersi reciprocamente?

Nome e Cognome: .....

---