

Nome e Cognome:

Nome e Cognome:

1. Risolvi:

a) $x^3 - x + 3x^2 - 3 \leq 0$

b) $\frac{2x}{x+2} \geq 2 - \frac{9x-2}{2x(x+2)}$

c) $\sqrt{7-x} - x + 5 = 0$

2. a) L'energia E (in Joule) liberata durante un terremoto di magnitudo R può essere determinata in buona approssimazione tramite la formula

$$\log E = \lambda + \frac{3}{2} R ,$$

dove λ è una costante da determinare.

- i) Trova la variazione di magnitudo fra un terremoto che libera un'energia E_0 e un terremoto che libera un'energia doppia (pari quindi a $2E_0$).
- ii) Il terremoto sottomarino di Sumatra dello scorso 26 dicembre ha raggiunto una magnitudo $R = 8,9$ e l'energia liberata è stata pari a 5.62×10^{17} Joule. Calcolare la costante λ .

b) Risolvere le seguenti equazioni:

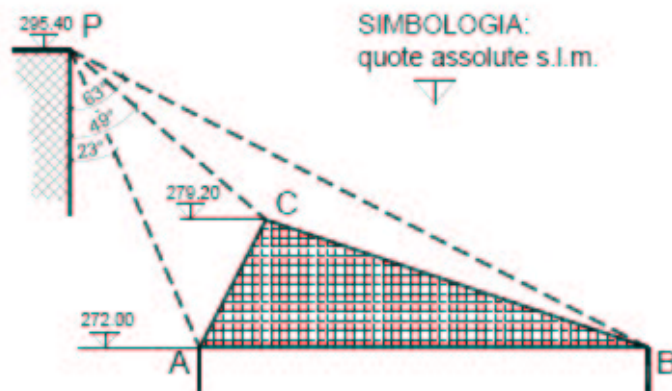
i) $9^x - 3^{x+1} + 2 = 0$

ii) $\log_2 x + \log_2(x+4) + 1 = 0$

Nome e Cognome:

3. a) Da un terrazzo di un balcone sono misurati gli angoli, relativi ad un tetto a due falde, indicati in figura. Si conoscono le quote assolute sul livello del mare indicate nella figura. Dopo aver riprodotto uno schizzo della figura, ricavare:

- i) Larghezza AB dello stabile.
- ii) Gli angoli \widehat{BAC} e \widehat{ABC} , rappresentanti rispettivamente le pendenze delle falde AC e BC .



- b) Risolvi la seguente equazione trigonometrica in \mathbb{R} , esprimendo le soluzioni in radianti:

$$2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 2 \sin^2 x$$

Nome e Cognome:

4. Un venditore di cioccolatini vende:

- delle truffes al prezzo di 70 CHF/kg
- degli ovetti al prezzo di 55 CHF/kg
- dei pralinés con il prezzo al chilo variabile secondo la quantità acquistata x (in kg), dove il prezzo al chilo p_{kg} è esprimibile con

$$p_{kg}(x) = (112 - x) \text{ CHF/kg}$$

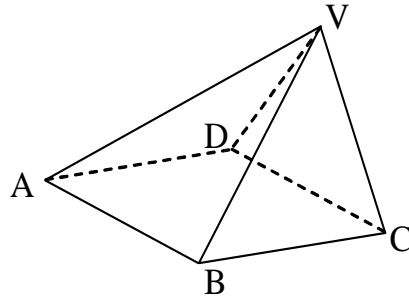
Si possono comporre anche confezioni miste. Una ditta commissiona 200 confezioni di mezzo chilo tutte uguali fra loro, facendo le due seguenti richieste:

- le confezioni devono essere assortite con i tre prodotti.
 - la quantità di truffes deve essere equivalente a quella dei pralinés e il restante è in ovetti.
- a) Se per produrre le 200 confezioni si utilizzano 20 kg di truffes quanto sarà il prezzo globale?
- b) Se il committente ricevesse una fattura di 6696 CHF com'erano composte le 200 confezioni?
- c) Determinare che tipo di assortimento si ha nel caso della confezione più cara possibile. Quanto vale il prezzo delle 200 confezioni in questo caso?

Nome e Cognome:

5. Di una piramide a base rettangolare nello spazio si conoscono

- i punti $A(5; -3; 9)$, $B(-3; 3; 4)$ e $C(0; 7; z)$ della base
- il vertice $V(6; 10; 12)$



Determinare:

- a) L'ampiezza dell'angolo \widehat{AVB} .
- b) L'area del triangolo AVB .
- c) La coordinata mancante di C e le coordinate del punto D .
- d) L'altezza della piramide.

Nome e Cognome:

6. E' data la funzione

$$y(x) = \frac{4x^2 - 4x - 8}{x^2 - 2x - 8} .$$

- a) Determina il dominio.
- b) Determina gli asintoti.
- c) Determina le coordinate dei punti di intersezione con gli assi x e y .
- d) Studia il segno della funzione fornendo una tabella dei segni.
- e) Rappresenta graficamente in modo indicativo la funzione con gli asintoti trovati nell'intervallo $[-6, 6]$.



7. Su alcuni libri di geografia, per evidenziare la lunghezza del lago Bodanico, si afferma che da Bregenz si riesce a scorgere solo il campanile della cattedrale di Costanza, data la curvatura terrestre. Si analizzi il problema considerando i seguenti dati:

- distanza Bregenz - Costanza: $d = 45,3$ km (intesa come lunghezza dell'arco di circonferenza che collega le due città)
- altezza del campanile di Costanza (rispetto alla superficie del lago): $h = 16$ m
- raggio terrestre al livello del lago Bodanico: $R = 6367,5$ km

- a) Completa lo schizzo nella pagina seguente che rappresenta schematicamente il problema.
- b) A quale altezza x dal livello del lago deve trovarsi un osservatore a Bregenz per scorgere la punta del campanile della cattedrale di Costanza?
- c) Se due mongolfiere si alzano simultaneamente da Bregenz e Costanza con la stessa velocità. A quale altezza sopra il livello del lago cominceranno a vedersi reciprocamente?

Nome e Cognome:
