

**Test di ammissione MPT1c  
MATEMATICA  
Sessione 2005-06**

Nome : .....

Cognome : .....

Classe : .....

Indicazioni :

Materiale autorizzato : calcolatrice e formulario tecnico

Tempo per l'esecuzione dell'esame: 90 minuti

Calcolo della nota:  $Nota = \frac{\sum \text{punti}}{28} \cdot 5 + 1$

<i>Es.</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>			<b>Totale</b>
<i>Pt. max</i>	<b>6</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>4</b>			<b>32</b>
<i>Pt.</i>										
										<b>NOTA</b>

1) Semplificare la frazione algebrica seguente:

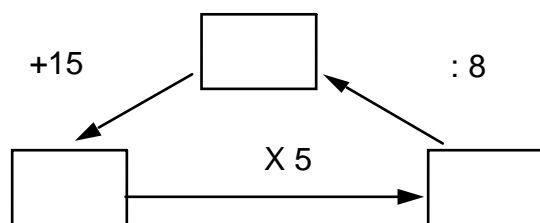
$$\frac{\frac{a-b}{b} + \frac{b}{a+b}}{a-b + \frac{b^2}{a+b}} = \frac{\frac{a^2 - b^2 + b}{b(a+b)}}{\frac{a^2 - b^2 + b^2}{a+b}}$$
$$= \frac{a^2}{b(a+b)} \cdot \frac{a+b}{a^2} = \frac{1}{b}$$

b) Calcolare e semplificare il più possibile:

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 - a(a+b) + (a-b)(a+b) + b^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2 - a^2 - ab + a^2 - b^2 + b^2 = 3ab$$

c) Inserire 3 numeri nei rettangoli in modo tale che le tre operazioni risultino esatte.



il numero da inserire è 25

2) Risolvere la seguente equazione:

$$\frac{2(x-2)}{3} + x - 3 = \frac{2(4x-5)}{5} - \frac{x-1}{2}$$

$$\frac{20(x-2) + 30x - 90}{30} = \frac{12(4x-5) - 15(x-1)}{30}$$

$$20x - 40 + 30x - 90 = 48x - 60 - 15x + 15$$

$$17x = 85 \rightarrow x = 5$$

- 3) Degli studenti scrutinati a giugno il 35% fu promosso, il 15% fu respinto e gli altri furono rimandati agli esami di riparazione. Di quelli rimandati il 90% fu poi promosso e 24 studenti furono respinti. Calcolare il numero complessivo degli studenti.

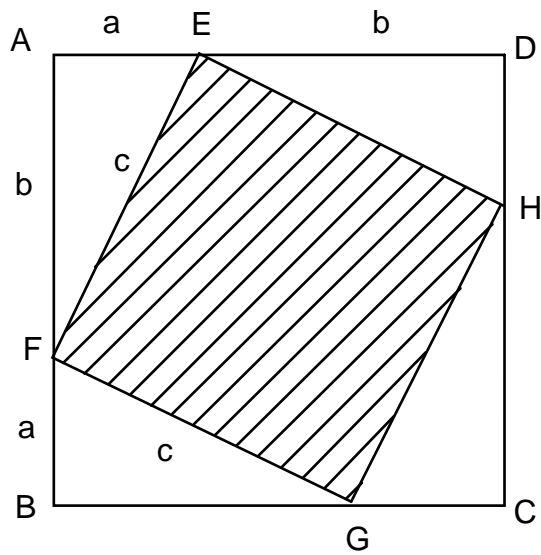
Nel primo turno : respinti 50% (100%-35%-15%)

Nel secondo turno i promossi :  $\frac{90}{100} \cdot \frac{50}{100} = \frac{45}{100} = 45\%$

Allievi bocciati: 50%-45%=5%

$$5\% : 24 = 100\% : x \quad x = \frac{24 \cdot 100}{5} = 480 \text{ studenti}$$

- 4) Esprimere l'area del quadrato tratteggiato interno al quadrato ABCD usando 2 diversi modi e scoprirai un noto teorema.



$$A = c^2 \quad (1)$$

$$A = (a+b)^2 - 4 \cdot \frac{a \cdot b}{2} \quad (2)$$

$$(a+b)^2 - 4 \cdot \frac{a \cdot b}{2} = c^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 - 2ab = c^2 \rightarrow a^2 + b^2 = c^2 \rightarrow t. di Pitagora$$

- 5) La cantina sociale “Qui si beve” è di fronte al seguente problema: si vuole mescolare del vino di media qualità da 2 €al litro con dell’altro di buona qualità da 7 €al litro per ottenere del vino da vendere a 4 €al litro. In quale proporzione si devono mescolare le due qualità per ottenere 10 litri di vino ?

Sia  $x$  la prima quantità a 2€al litro, la seconda sarà.....

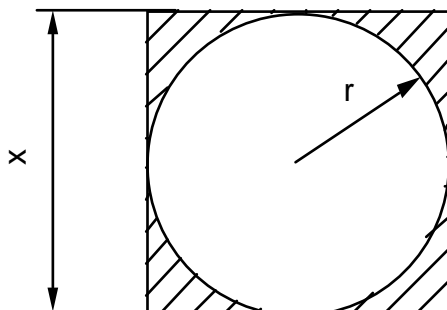
$$x \cdot 2 + (10 - x) \cdot 7 = 40$$

$$2x + 70 - 7x = 40$$

$$-5x = -30 \rightarrow x = 6 \text{ litri a } 2 \text{ euro} \rightarrow 4 \text{ litri a } 7 \text{ euro}$$

6)

- Esprimi l'area della parte tratteggiata in funzione del lato  $x$  cioè  $A=f(x)$
- Calcola l'area se  $x=10\text{cm}$ .
- Quale % rappresenta l'area del cerchio per rapporto all'area del quadrato ?

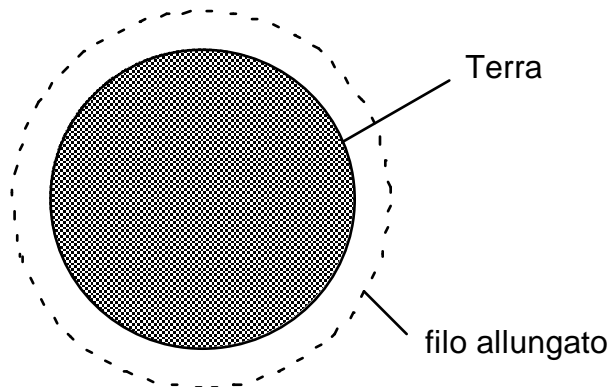


$$A_{\text{tratt.}} = x^2 - \frac{x^2 \cdot \pi}{4} = x^2 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) = x^2 \left(\frac{4 - \pi}{4}\right) \cong 0,215 \cdot x^2$$

$$A_{\text{tratt.}} = 10^2 \cdot \left(\frac{4 - \pi}{4}\right) = 25 \cdot (4 - \pi) = 100 - 25\pi \cong$$

$$i = \frac{\frac{x^2 \cdot \pi}{4}}{x^2} = \frac{\pi}{4} \cdot 100 = 78,5\%$$

- 7) Supponiamo che la terra sia perfettamente sferica con circonferenza uguale a 40000km e che un filo della stessa lunghezza le giri attorno all'equatore. Tagliamo il filo aggiungiamo un metro e riannodiamo il tutto e lasciamo il nuovo anello di corda a una distanza costante dalla superficie della terra(vedi dis.).  
Può un gatto passare tra superficie e l'anello di corda ? (risposta motivata dai calcoli!)



$$c = d\pi = 40000 \cdot 10^3 m \rightarrow d = \frac{40000 \cdot 10^3}{\pi} m$$

$$c_1 = d_1\pi = 40000,001 \cdot 10^3 m \Rightarrow d_1 = \frac{40000,001 \cdot 10^3}{\pi}$$

$$\Delta d = d_1 - d = \frac{40000,001 \cdot 10^3}{\pi} - \frac{40000 \cdot 10^3}{\pi} = \frac{1}{\pi}$$

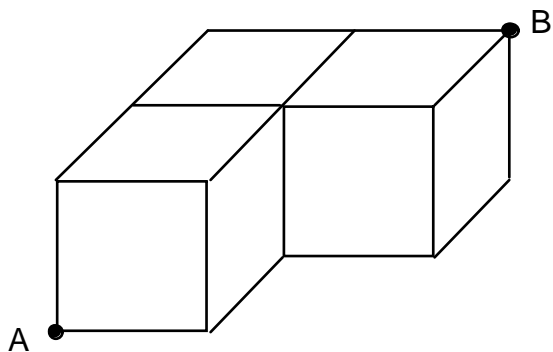
$$\frac{\Delta d}{2} = \frac{1}{2\pi} \cong 0,16m = 16cm.$$

sì è possibile !



Ese supplementare

Tre cubi di 1m di lato sono appoggiati secondo disegno. Una formica si muove dal punto A verso il punto B. Qual'è la distanza più corta partendo da A per raggiungere il punto B ?



$$AA' = \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$A'A'' = AA' = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$A''B = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$D_{\min} = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \sqrt{2} + \sqrt{5} \cong 3,65m$$