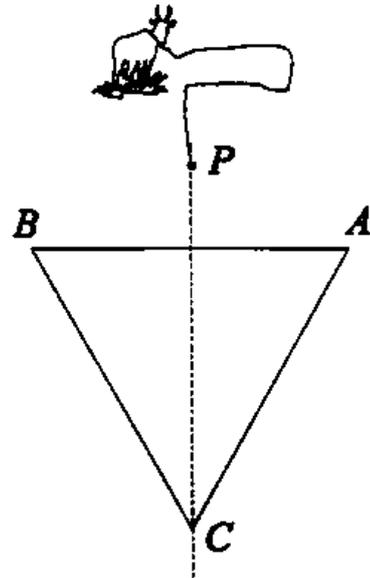


SPAI Bellinzona, 17 giugno 1997

1. Nel pascolo del signor Ségin si trova un orto cintato da un reticolato teso tra i pali posti nei punti A, B, C i quali formano un triangolo equilatero di lato $l=2\sqrt{3}$ m. Il signor Séguin vuole piantare un palo in un punto P sull'asse del lato AB, ad una distanza di $d = 1$ m dal lato stesso (all'esterno del triangolo), per legarvi la sua capra con una fune lunga $R = 4$ m. Disegnare in scala e calcolare la superficie di pascolo a disposizione della capra.

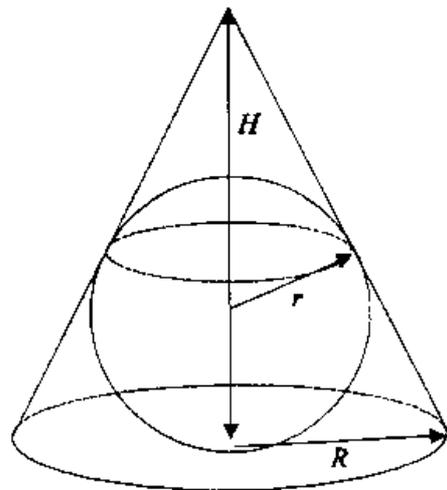


2. Risolvete le seguenti equazioni trigonometriche
- a) $\tan(3x + 18^\circ)\sin(3x + 18^\circ) + \cos(3x + 18^\circ) = 2$
- b) $\frac{\sin x + \sin 2x}{1 + \cos x + \cos 2x} = 1$

3. Un cono circolare retto è circoscritto ad una sfera di raggio r .

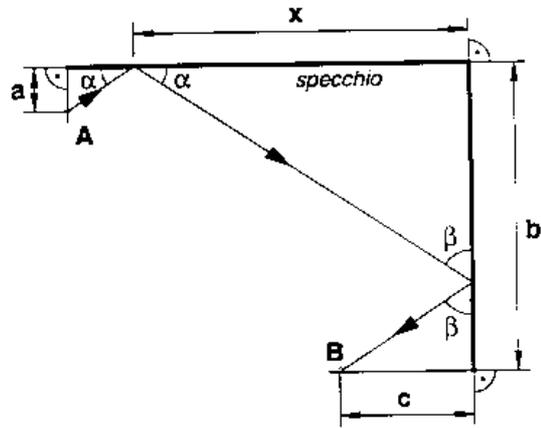
a) determinare il raggio di base del cono R in funzione dell'altezza H e del raggio r .

b) considerare ora il cono per il quale vale $H = R$ e calcolarne il volume in funzione di r .



4. Di un quadrilatero ABCD sono dati : $AB = 7 \text{ cm}$; $BC = 4 \text{ cm}$; $CD = 3 \text{ cm}$; $BD = 6.2 \text{ cm}$ e $\alpha = 60^\circ$.
Costruire il quadrilatero ABCD e descrivere brevemente la costruzione..

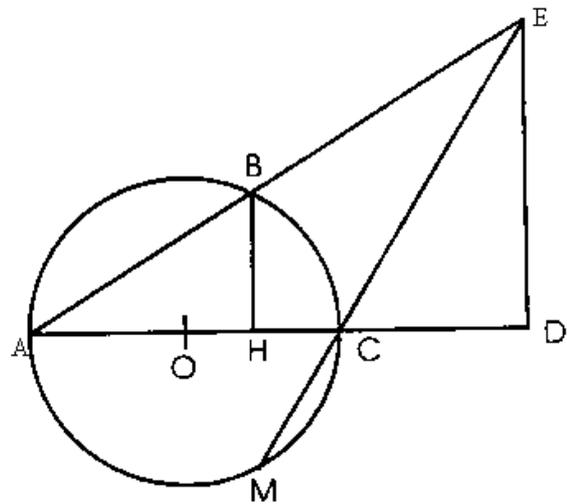
5. Un raggio di luce parte dal punto A e, riflettendo su due specchi, raggiunge il punto B, come rappresentato a lato. Il raggio di luce percorre così una distanza di 12 cm.



Dati: $a = 2 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, $c = 3 \text{ cm}$

- a) costruire il percorso esatto AB del raggio di luce, (spiegare il procedimento)
b) calcolare gli angoli α e β ,
c) calcola la distanza x .

6. In un cerchio di raggio 5 cm, è tracciato il diametro AC e la corda $AB = 8 \text{ cm}$. Sul prolungamento del diametro AC, si porta esternamente il segmento $CD = 4 \text{ cm}$. Le perpendicolari al diametro AC determinano : il punto E sul prolungamento della corda AB e il punto H sul diametro del cerchio.
Determina la lunghezza dei seguenti segmenti :
AE, BH, DE, EC e MC.



1. Un falegname desidera costruire una finestra ad arco formata da un rettangolo con sovrapposto un semicerchio (di medesima larghezza). La finestra deve soddisfare due condizioni:
il perimetro della finestra deve misurare 4 m ;
la superficie della parte rettangolare sia massima.
Si domanda:
a) determinare la funzione : area del rettangolo = $f(\text{larghezza della finestra})$ se la prima condizione deve essere soddisfatta;
b) calcolare gli zeri della funzione f ;
c) rappresentare f graficamente ;
d) determinare le dimensioni del rettangolo affinché, le due condizioni sopra elencate siano soddisfatte.

2. Risolvere in \mathbb{R} : a) $\log_3(x + 2) = \log_9(3x + 10)$ b)
$$\begin{cases} (3-x)(x+4) > 0 \\ \frac{3x-2}{x^2} \leq \frac{2}{x+1} \end{cases}$$

3. Sono date le seguenti funzioni :
 $f(x)$: parabola passante per i punti $M(0;5)$, $N(4;-3)$, $P(14;12)$
 $g(x)$: retta di equazione $y = x - 2$

Il triangolo ABC è definito da: A e B sono i punti di intersezione dei grafici di f e g , C è il vertice della parabola.

- a) determinare analiticamente le coordinate dei vertici A,B e C e rappresentare graficamente la situazione
b) determinare se il triangolo ABC è rettangolo, motivando la risposta.
4. Data la seguente equazione parametrica : (x incognita, a parametro)

$$2 = \frac{a(1 + 3x - ax) + 2}{x(a - 3)}$$

- a) risolvere l'equazione
b) discutere l'equazione
5. Un serbatoio viene riempito mediante due pompe principali. La prima pompa riempirebbe da sola il serbatoio in 6 ore (tempo di riempimento); la seconda lo riempirebbe, sempre da sola, in 7 ore. L'impianto è equipaggiato con una pompa ausiliaria che entra in funzione nel caso una delle pompe principali si dovesse guastare. Determina il tempo di riempimento della pompa ausiliaria, se in caso di guasto ad una delle due pompe principali il tempo totale di riempimento del serbatoio non deve superare le 5 ore.
6. Una prima lega di ottone presenta la seguente composizione : 30 % di rame e 70 % di zinco; una seconda lega di ottone presenta la seguente composizione : 80 % di rame e 20 % di zinco. Determina i quantitativi, in %, di ognuna di queste due leghe da fondere per ottenere una nuova lega di ottone che contenga il 62 % di rame e il 38 % di zinco.