



# Esami di maturità professionale tecnica

## Sessione 2013

### Matematica

Istituto scolastico: SPAI Bellinzona

Nome e cognome: .....

Professione: .....

Classe: .....

Candidato numero: .....



Durata dell'esame:  
150 minuti

#### Disposizioni generali:

- a) Materiale autorizzato: calcolatrice, formulario tecnico, riassunti personali senza esercizi risolti.
- b) Non sono ammessi scambi di materiale ( penne, gomme, righe, calcolatrice, cellulari, ecc. ).
- c) Risolvere i problemi in modo chiaro e comprensibile.
- d) Le soluzioni senza procedimento non saranno tenute in considerazione.

#### Punteggi e nota:

con 50 punti su 60 si ottiene la nota 6

Es.	1	2	3	4	5	6	Totale
Pt. max	9	10	10	11	10	10	60
Pt.							

3/3/3    1/2/2/2/3    3/1/4/1/1    1/2/2/4/2    2/3/3/2    2/2/3/3



### Esercizio 1 (9 punti)

- a) Risolvere la seguente equazione esponenziale. (3 punti)

$$2^x + 2^{x-1} = 7 - 2^{x-2}$$

- b) Risolvere la seguente equazione irrazionale in  $\mathbb{R}$ . (3 punti)

$$\sqrt{\frac{5}{18-x}} = \frac{1}{x}$$

- c) Risolvere la seguente equazione trigonometrica, indicando le soluzioni generali e i valori possibili di  $x$  nell'intervallo  $0 \leq x \leq 2\pi$ . (3 punti)

$$2 \cos^2(x) + 2 \sin(x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{3}{2} - 2 \sin^2(x)$$

### Esercizio 2 (10 punti)

Sono date le funzioni reali  $f(x) = x^2 + 3x + 2$  e  $g(x) = \frac{2x+4}{2-x}$ .

Determinare:

- a) Per quali valori di  $x$  si ha  $g(x) = -10$ . (1 punto)
- b) Il dominio di  $f(x)$  e il dominio di  $g(x)$ . (2 punti)
- c) Algebricamente, gli asintoti della funzione  $g(x)$ . (2 punti)
- d) Per quali valori di  $x$  si ha  $g(x) \leq 0$ . (2 punti)
- e) Le coordinate dei punti d'intersezione tra le due funzioni. (3 punti)

### Esercizio 3 (10 punti)

Il tendone di un circo (vedere figura di seguito non in scala) è, nel piano x-y, a forma triangolare con le seguenti caratteristiche (tutte le misure sono in "metri"):

retta t (A-B): retta passante per B (12;0) e con una pendenza 150%;

retta s (A-C): retta passante per C (90;0) e perpendicolare alla retta t.

Si domanda di:

- a) Calcolare le equazioni delle rette t e s; (3 punti)
- b) Calcolare le coordinate del vertice A (1 punto)

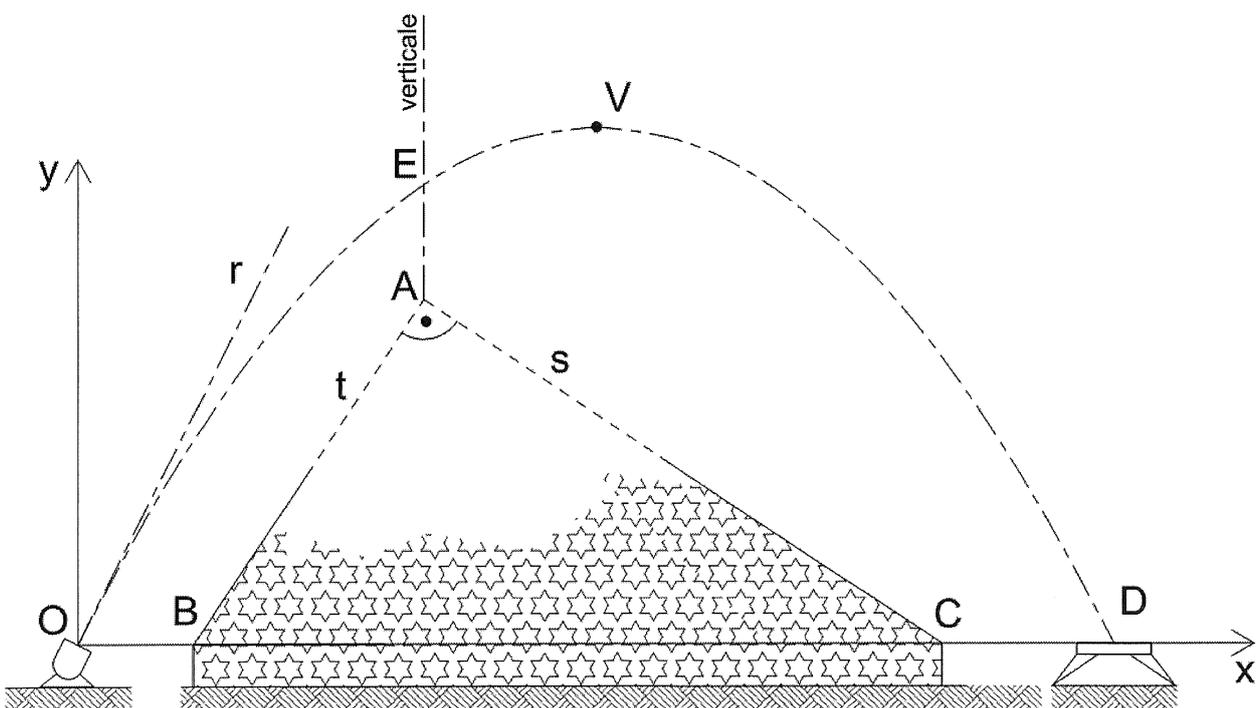
L'"uomo proiettile", nel prossimo spettacolo, ha deciso di farsi sparare da un cannone con "alzo" del 200% (retta r tangente alla parabola nell'origine O), ed atterrare nel punto D a 108 m di distanza in linea orizzontale.

Si domanda di:

- c) Calcolare l'equazione della traiettoria parabolica P dell'uomo proiettile; (4 punti)
- [per i punti d) e e) se non si è ricavata la parabola P, utilizzare l'equazione:

$$y = -\frac{1}{54}x^2 + 2x]$$

- d) Calcolare la massima altezza  $h_v$  raggiunta dall'uomo proiettile; (1 punto)
- e) Calcolare la distanza verticale AE tra il vertice del tendone e la traiettoria parabolica. (1 punto)





## Esercizio 4 (11 punti)

Il numero di abitanti di una città, in funzione del tempo, può essere descritto con la seguente funzione:

$$N(t) = N_0 \cdot 2^{\frac{t}{d}},$$

in cui  $t$  misura il tempo in anni a partire dal primo gennaio 1995 e  $N_0$  e  $d$  sono delle costanti che dipendono dalla città in esame.

Si studi l'evoluzione della popolazione nelle città A e B indicando con  $N_A(t)$ , rispettivamente  $N_B(t)$ , le due funzioni che descrivono il numero di abitanti delle città A e B.

Città A.

Dati  $N_0 = 100'000$  abitanti e  $d = 25$  anni, calcolare:

- La popolazione all'inizio del 1995 e del 2000. (1 punto)
- Dopo un anno, quanto è l'aumento percentuale della popolazione? (2 punti)
- In quale anno la popolazione sarà raddoppiata? (2 punti)

Città B.

Nel 1997 c'erano 115'203 abitanti. Esattamente dodici anni più tardi, l'aumento della popolazione, rispetto alla popolazione del 1997, è stato del 31,95%.

Calcolare:

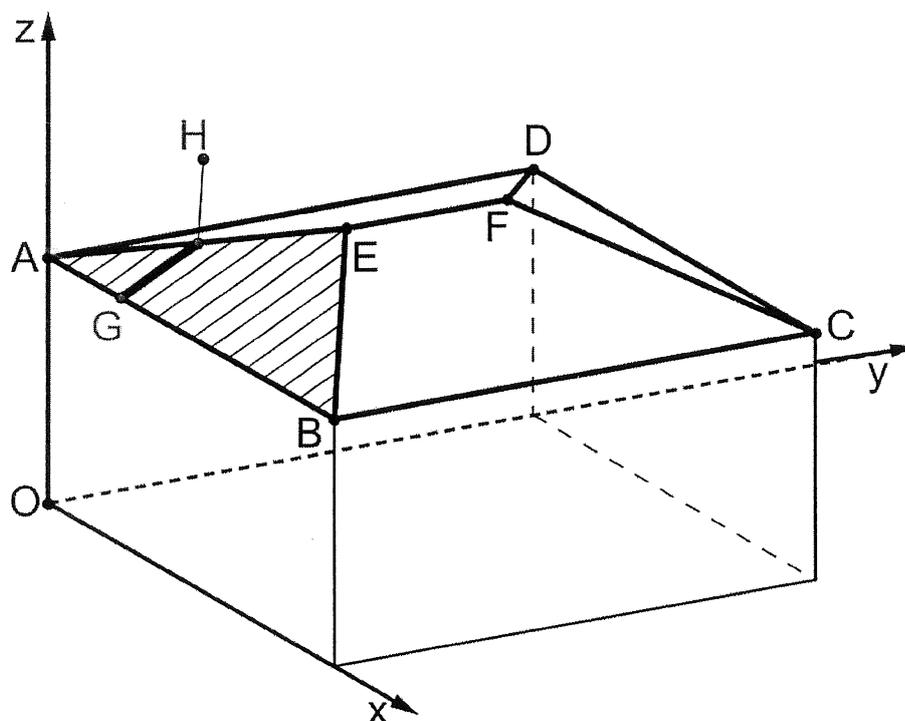
- Le costanti  $d$  e  $N_0$ . (4 punti)
- In che anno le due città avranno lo stesso numero di abitanti? [Chi non ha trovato i risultati precedenti, utilizzi per la città B:  $N_0 = 110'000$  e  $d = 30$ .] (2 punti)

## Esercizio 5 (10 punti)

Una ditta deve preparare i travetti di sostegno per coprire un tetto a quattro falde simmetriche. Inserendo la costruzione in un sistema cartesiano, le coordinate dei vari punti sono:

$$\begin{array}{l} A(0;0;6) \\ B(8;0;6) \\ C(8;12;6) \\ D(0;12;6) \end{array} \quad \text{e} \quad \begin{array}{l} E(4;4;8) \\ F(4;8;8) \end{array}$$

(Unità di misura in metri, il disegno non è in scala)

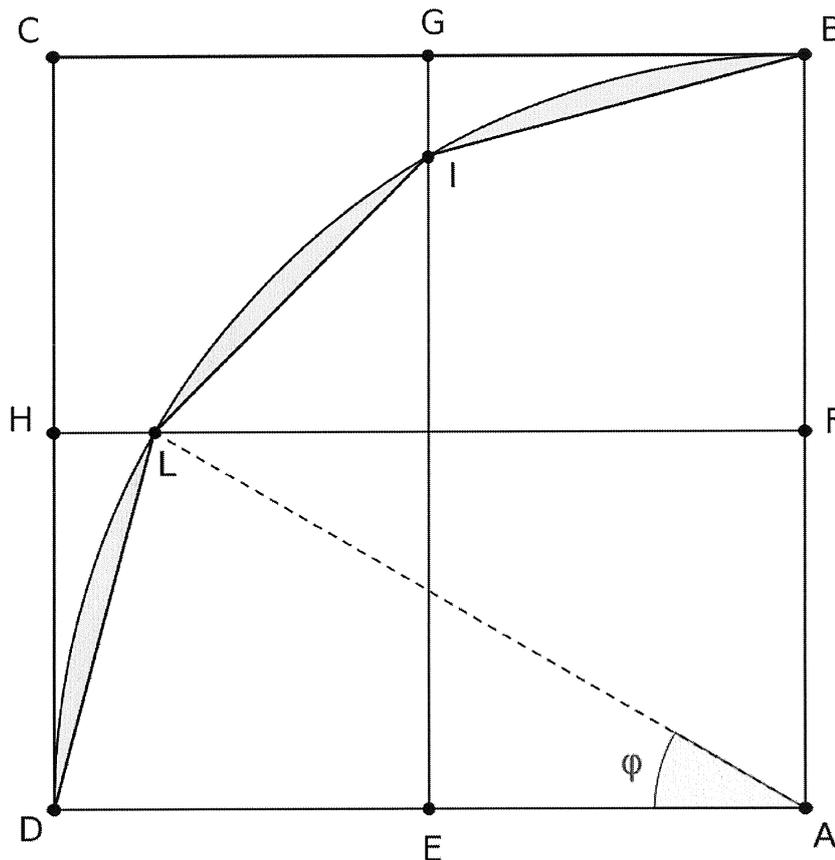


Si chiede di:

- Verificare che il triangolo  $ABE$  è isoscele. (2 punti)
- Calcolare l'ampiezza dell'angolo  $\widehat{CBE}$ . (3 punti)
- Calcolare l'area del trapezio  $BCFE$ . (3 punti)
- Determinare le coordinate dei punti  $G$  e  $H$ , estremi del quarto travetto, sapendo che  $G$  è posto ad un quarto della lunghezza del lato  $AB$  (partendo da  $A$ ). (2 punti)  
[Tutti i travetti della falda  $ABE$  sono perpendicolari al lato  $AB$ ].

## Esercizio 6 (10 punti)

Un quadrato ABCD ha il lato di 20 cm e viene suddiviso con i segmenti FH e EG in quattro quadrati tra loro uguali (vedi figura). Puntando il compasso in A si traccia un arco di cerchio che congiunge i vertici B e D. L'arco di cerchio taglia i segmenti EG e FH nei punti I e L.



Determinare in modo esatto:

- La lunghezza del segmento EI . (2 punti)
- L'ampiezza dell'angolo  $\varphi$  . (2 punti)
- L'area del poligono BCDLIB. (3 punti)
- L'area complessiva dei tre segmenti circolari (superficie ombreggiata). (3 punti)